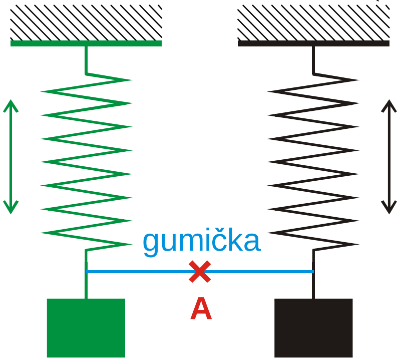
3.1.5 Složené kmitání

Předpoklady: 3104

Pokus: Dvě pružiny zavěsíme vedle sebe, na obě dáme závaží. Spodní konce obou pružin spojíme gumovým vláknem (velmi pružným, aby ho bylo možno prodloužit malou silou). Prostředek vlákna označíme (například A).



Jak se bude bod A na vláknu pohybovat?

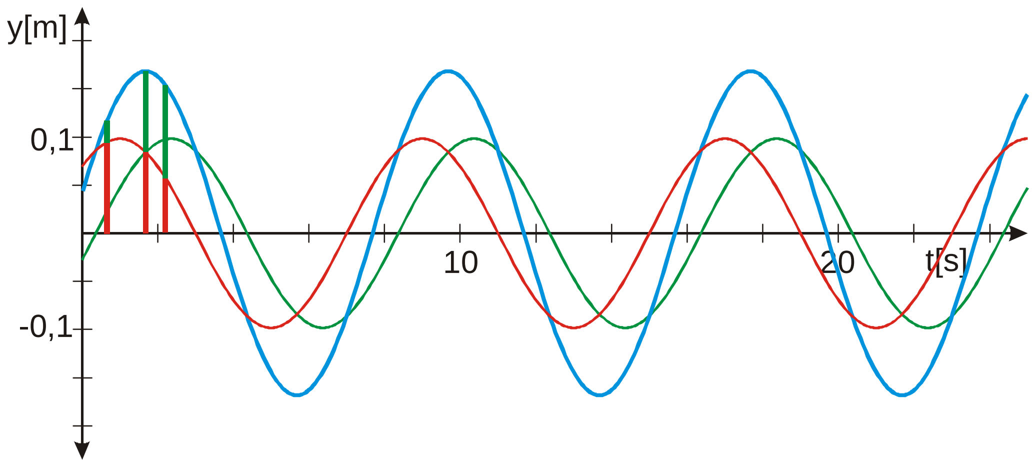
- Pokud kmitá pouze levá pružina, bude se bod A kývat stejně jako levé závaží, ale s menší výchylkou.
- Pokud kmitá pouze pravá pružina, bude se bod A kývat stejně jako pravé závaží, ale s menší výchylkou.
- Pokud kmitají obě pružiny, bude se bod A pohybovat složitějším periodickým pohybem $\Rightarrow$ vznikne **složené kmitání** (střed gumičky koná najednou dva pohyby: od levého i od pravého závaží) $\Rightarrow$ skládáme dva pohyby.

Vzpomínky na mechaniku (plavba přes řeku): výsledná poloha nezávisí na tom, v jakém pořadí jednotlivé pohyby proběhly nebo zda pohyby proběhly současně.
Podobná situace musí být i u kmitavých pohybů (řídí se zákony mechaniky).
Princip superpozice:
Okamžitá výchylka hmotného bodu, který koná současně několik harmonických kmitavých pohybů téhož směru s okamžitými výchylkami $y_1, y_2, ..., y_n$ je dána vztahem $y = y_1 + y_2 + ... + y_n$.

Př. 1: Vyplývá z principu superpozice, že výchylka složeného kmitání musí být vždy kladná?

Ze vztahu to vůbec nevyplývá, protože vztah sice obsahuje pouze sčítání, ale sčítáme jak kladné tak záporné hodnoty.

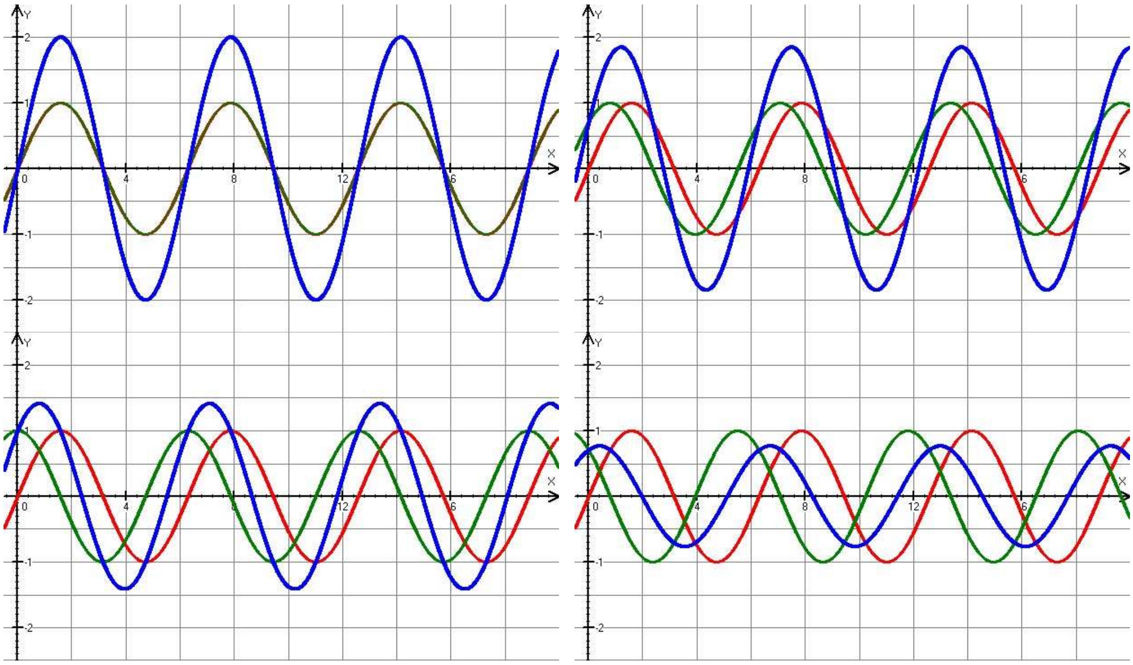
Zkusíme najít kmitání složené ze dvou harmonických kmitů se stejnou frekvencí a maximální výchylkou, které se liší počáteční fází (nejjednodušší případ): $y_1 = y_m \sin(\omega t + \varphi_1)$ a $y_2 = y_m \sin(\omega t + \varphi_2)$.

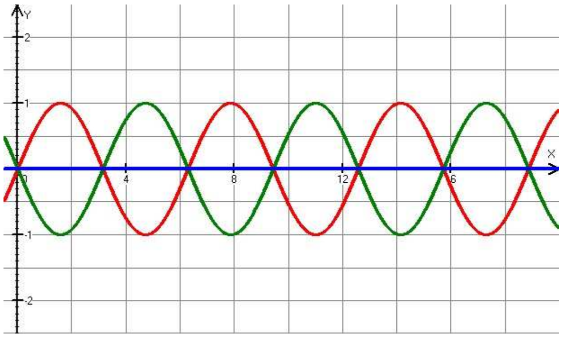


V každém okamžiku musíme sečíst dvě okamžité výchylky ⇒ hrozná práce ⇒ necháme to počítači.

Pedagogická poznámka: Zbytek hodiny je připraven tak, aby studenti mohli samostatně experimentovat s dvěma modely, připravenými v programu Modellus (volně ke stažení na stránkách www.realisticky.cz). Pokud nemáte k dispozici počítačovou laboratoř s dostatkem počítačů, můžete experimentovat na učitelském počítači a promítat výsledky. Přínos pro studenty je tak daleko menší.

Př. 2: Prozkoumej pomocí počítačového modelu složené kmitání dvou oscilátorů se stejnou frekvencí, stejnou maximální výchylkou a různými počátečními fázemi. Na čem závisí výsledné kmitání?



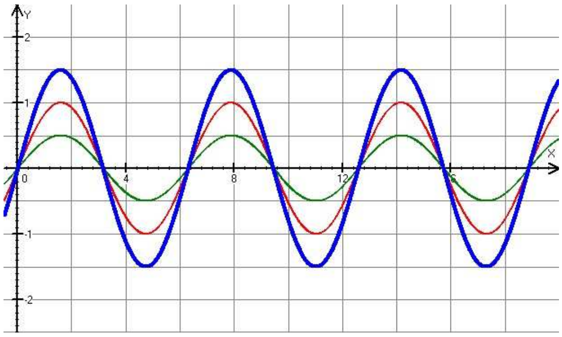


Výsledek skládání dvou harmonických kmitání se stejnou frekvencí a maximální výchylkou, závisí na rozdílu počátečních fází obou kmitání. Ve všech případech vznikne složením těchto kmitání opět harmonické kmitání se stejnou frekvencí.
Pokud je fázový rozdíl roven π kmitání se vyruší, pokud je fázový rozdíl nulový, vznikne kmitání s dvojnásobnou maximální výchylkou.

Pokud je fázový rozdíl roven π říkáme, že obě kmitání jsou v protifázi.

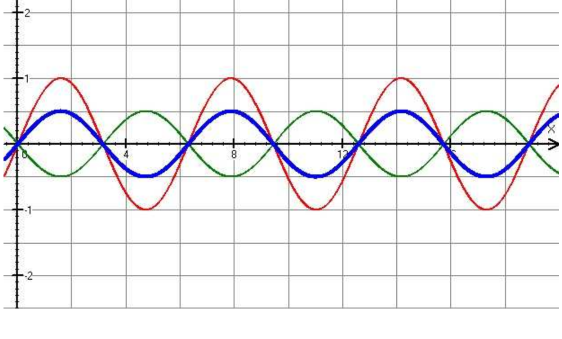
Př. 3: Prozkoumej pomocí počítačového modelu složené kmitání dvou oscilátorů se stejnou frekvencí, různou maximální výchylkou a nulovým fázovým rozdílem. Jaká je maximální výchylka výsledného kmitání?

Pro maximální výchylku složeného kmitání platí $y_m = y_{1m} + y_{2m}$.



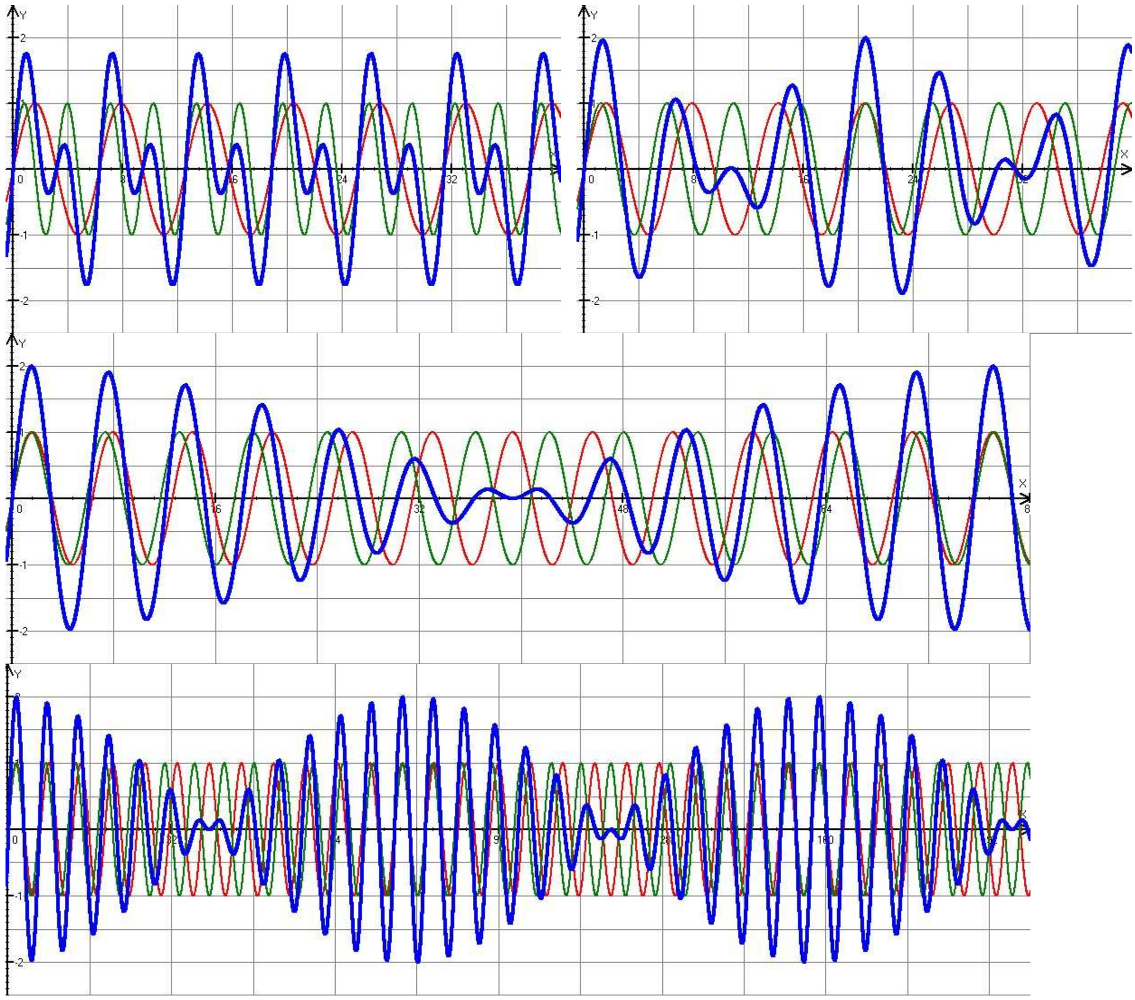
Př. 4: Prozkoumej pomocí počítačového modelu složené kmitání dvou oscilátorů se stejnou frekvencí, různou maximální výchylkou a fázovým rozdílem $\Delta\varphi = \pi$. Jaká je maximální výchylka výsledného kmitání?

Pro maximální výchylku složeného kmitání platí $y_m = |y_{1m} - y_{2m}|$.



Př. 5: Prozkoumej pomocí počítačového modelu složené kmitání dvou oscilátorů s různou frekvencí, stejnou maximální výchylkou a nulovým fázovým rozdílem. Jak ovlivňuje výsledného kmitání velikost rozdílu frekvencí?

Skládáním kmitů s různou frekvencí získáváme neharmonické periodické kmity. Jejich tvar závisí na rozdílu frekvencí.



Pokud jsou frekvence skládaných kmitání blízké, maximální výchylka složeného kmitání se periodicky zvětšuje a zmenšuje $\Rightarrow$ říkáme, že vznikají **rázy**.

Ve všech předchozích příkladech jsme se zabývali skládáním kmitů stejného směru. Skládat se ale mohou i kmity, které stejný směr nemají. Nejjednodušším takovým příkladem je skládání kmitů, které jsou na sebe kolmé. Vznikají tak **Lissajousovy obrazce**.

Př. 6: Pomocí počítačového modelu prozkoumej, jak vypadají Lissajousovy obrazce pro různé poměry frekvencí a různé hodnoty fázového rozdílu. Nejdříve se pokus odhadnout tvar obrazce a pak svůj odhad ověř pomocí.

Pedagogická poznámka: Nejlepší je nechat studenty, aby si pomocí modelu ozkoušeli, jak Lissajousovy obrazce vznikají a pak s celou třídou napsat hodnoty frekvencí a fázového rozdílu a nechat studenty odhadnout, jak bude obrazec vypadat.

Shrnutí: Okamžitou výchylku složeného kmitání získáme jako součet okamžitých výchylek jednotlivých kmitů.